

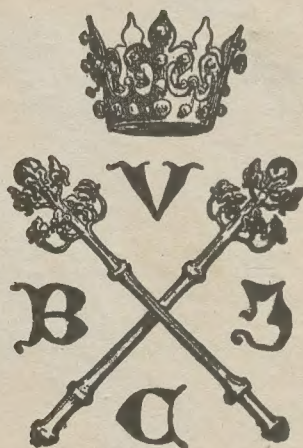


Mar. 31. De.

221960

L 221982

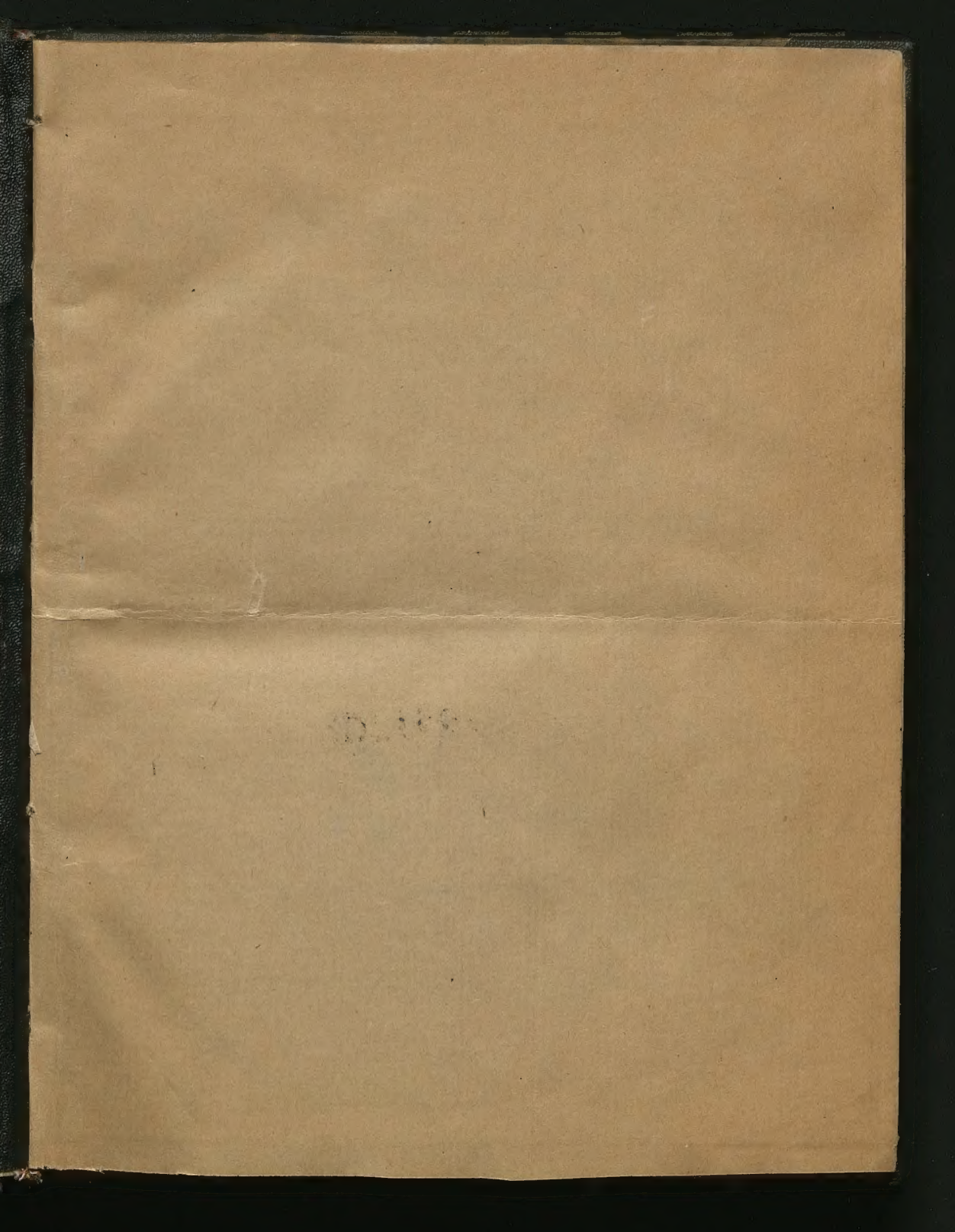




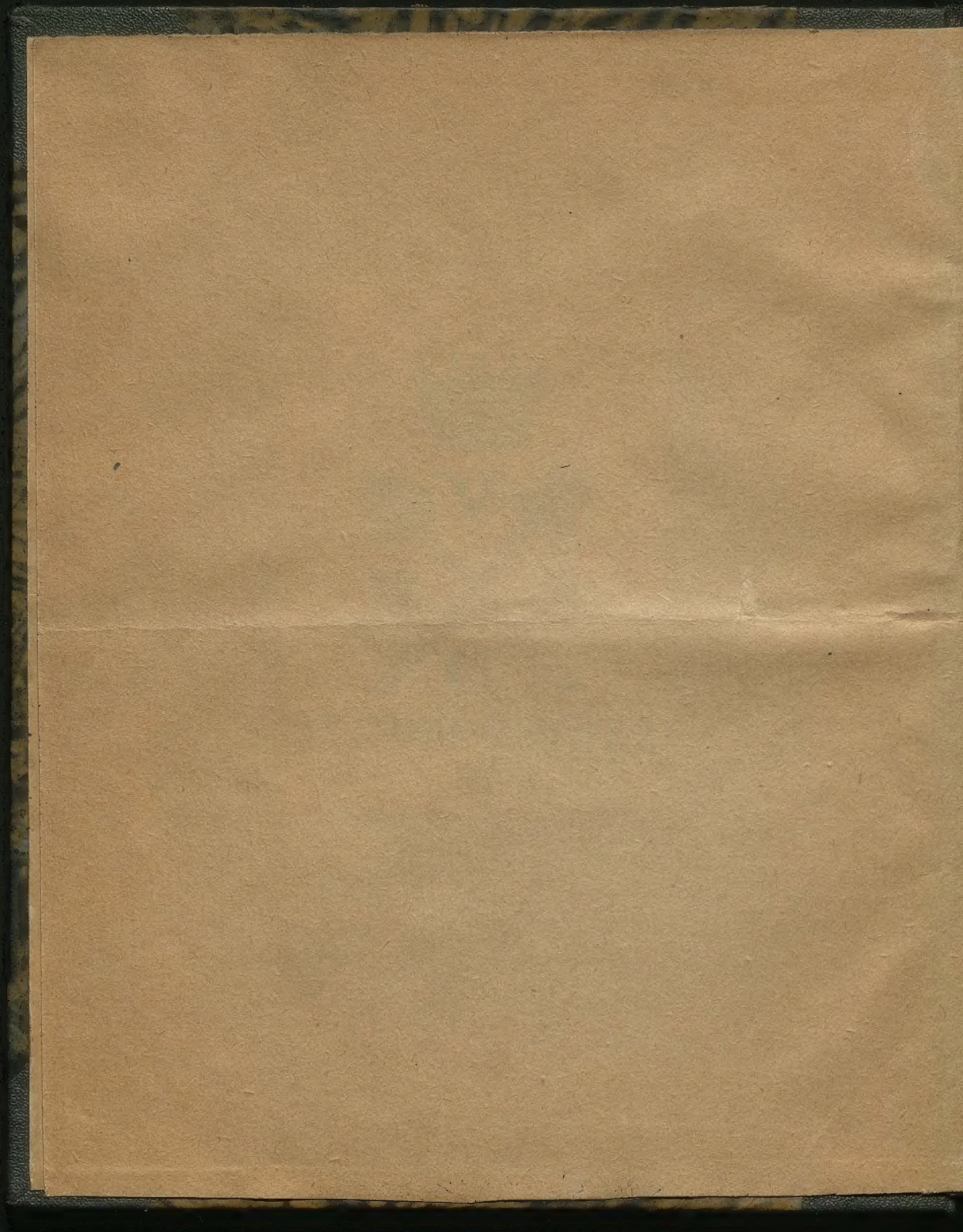
221960-221982

I











# A P P E N D I X

In qua veritas perfectæ Circuli Quadraturæ inventæ  
novis Demonstrationibus confirmatur,  
& Illustratur.

## DEFINITIONES. Fig. I.

1. *Quadratum Diametri seu Circulo circumscriptum* est figura  $A B C D$  tangens Peripheriam in 4. punctis æqualiter à se distantibus, cujus latus est æquale Diametro.

*Corollarium.* Ex hoc quadruplici contactu oriuntur 4. Triangula mixtilinea, quorum quodlibet componitur ex 4ta parte Peripheriæ  $b r n$ , & ex 2. Semidiamentis  $b A$  &  $A n$ . Sunt igitur inter se æqualia: quidquid ergo de uno dicitur, etiam de reliquis 3. ejusdem Circuli est intelligendum.

2. *Quadratum Circulo inscriptum* in genere est figura intra Circulum contenta vel tota, ut  $o p k q$ , &  $y x z v$ , vel quoad maximam partem, ita ut tantum anguli extra eam promineant, ut Quadratum  $e f g h$ .

3. *Quadratum Circulo inscriptum propriè sic dictum* est figura, per cujus angulorum vertices transit Peripheria, seu cujus latera singula subtendunt 4tam partem Peripheriæ.

4. *Segmentum plenum seu perfectum* est figura biangula ex arcu  $c e r l i$  & chorda  $c d a i$  constans.

5. *Segmentum mutilum* est figura quadrangula ex arcu  $e r l i$ , ex chorda  $d a$  impropriè sic dicta, & ex lineis transversis  $e d$  &  $l a$  composita.

*Corollarium.* Quadratum  $e f g h$  ita inferibitur Circulo, ut tam latera ipsa, quam eorum extremitates à Peripheria æqualiter distant: gr. latus  $h e$  tantum abest ab arcu  $c e r l i$ , quantum reliqua 3. latera à suis arcubus distant, & extremitates ejus  $h$  &  $e$  tantum remotæ sunt à Peripheria, quantum extremitates reliquorum laterum nempe intervallo linearum  $e d$ ,  $l a$  &  $c$ . inter se æqualium, quibus à quolibet latere tam superius quam inferius demtis remanent 4. chordæ, ut  $c d$  &  $a c$  inter se æquales: quare etiam 4. arcus ut  $c e r l i$ , quos illa sub-



tendunt, sunt æquales; consequenter necesse est, ut segmenta perfecta inde orta sint quoque æqualia, à quibus si auferantur 8. parva Triangula  $c e d$ ,  $i l a$  &c. inter se æqualia, relinquuntur 4. segmenta mutila necessario inter se æqualia. Quidquid igitur de uno segmento seu perfecto, seu mutilo dicitur, valet etiam de reliquis 3. ejusdem circuli.

6. *Figure similes* sunt, in quibus omnia eodem modo determinantur; seu quæ & singulos angulos singulis æquales habent, & latera quæ æqualibus angulis opponuntur, proportionalia.

*Corollarium.* Omnia Triangula mixtilinea per Quadrata circulis inæqualibus circumscripta eodem modo determinantur: sunt ergo similia, quemadmodum etiam omnia Triangula æquilatera; Quadrata; Circuli; Polygona regularia ejusdem speciei; Circulorum inæqualium segmenta tam perfecta, quam mutila, quorum arcus sunt similes, h. e. eundem habent numerum graduum; aut quorum chordæ ad radios eandem habent rationem.

7. *Quadrare figuras* est invenire earum areas in mensura quadrata.

8. *Quadratura Circuli* est inventio areæ ejus in mensura quadrata.

*Observatio 1<sup>ma</sup>.* Si radio 200. digitorum mensura majoris describatur Quadrans, circuli eique circumscribatur Quadratum, cujus latus est radius, ut habeatur Triangulum mixtilineum, deinde ad repudiandum segmentum eidem inscribatur 1<sup>mo</sup> latus subtendens 4<sup>am</sup> partem Peripheriæ; observabitur segmentum esse majus Triangulo mixtilineo. 2<sup>do</sup> Applicato huic Quadranti latere in proportionem Cullenianam nempe 302<sup>11</sup>; (\*) cognoscetur segmentum mutilum esse minus Triangulo mixtilineo. 3<sup>tio</sup> Si aptetur eidem Quadranti latus 300<sup>11</sup> quod conficit  $\frac{1}{2}$  Diam. quæ hic est 400<sup>11</sup>; nulla inæqualitas inter segmentum mutilum, & Triangulum mixtilineum adverti potest. In casu 2<sup>do</sup> & 3<sup>tio</sup> producenda sunt 2. latera Quadrati circumscripti, ut latus inscribendum cum iis concurrere, & 2. Triangula extra aream Quadrantis formare queat, quæ deinde à segmento perfecto subtrahenda sunt,

[\*] Ex § 2<sup>no</sup> patet posita Diametro 200. latus inscribendum in proportionem Cullenianam esse 151. proinde duplicata Diametro etiam latus inscribendum duplicari debet. Si amplificatio loci patitur, ut adhibeatur radius 300<sup>11</sup> eum lateribus inscribendis pariter triplicatis; eo verior deprehendetur observatio.



ut habeatur mutilum, quod tandem cum Triangulo mixtilineo comparatur.

*Notandum* est probè, observationem hanc instituendam esse non in charta, sed in pavimento conclavis spatiosi, ubi funiculus 200<sup>li</sup> longus, cujus extremitati applicatur creta, fungitur vice radii. Cur autem per hujusmodi representationem inæqualitas inter segmentum mutilum, & Triangulum mixtilineum circuli minoris ex majori illico cognosci possit, ratio in promptu est: Nam Circuli habent hoc cum Quadratis commune, quod diametro duplicata, triplicata, quadruplicata, quintuplicata &c. segmenta mutila, Triangula mixtilinea, differentia eorum per inscriptionem falsi quadrati orta, & area Circuli ipsa crescant in ratione quadrupla, noncupla, sedecupla, vigecupla 5ta & sic porro. Si igitur radius Quadrantis majoris est ducenties major radio Quadrantis minoris; segmentum mutilum, Triangulum mixtilineum, & differentia illorum per inscriptionem falsi lateris orta evadunt quadragies millies majora in illo, quam sunt in hoc: idcirco differentia simpla etiam minima in Circulo majori toties aucta necessario sub aspectum cadere debet. Observationem hanc eo fidelius retuli, quo magis à prædicato Deceptoris abhorreo.

*Corollarium 1<sup>um</sup>*. Si 2. figurae minores, inter quas nulla inæqualitas adverti potest, represententur salva similitudine per majores; ex his statim constabit, quanam minorum sit maior, & quanam minor: dummodo hæc representatio debito fiat modo nempe: ut digiti figurarum minorum è scala geometrica desumpti, immo lineæ, si opus fuerit, per digitos mensuræ majoris in figuris majoribus similibus designentur. Hæc est enim similitudinis proprietas admiranda, ut inæqualitas insensibilis figurarum minorum in majoribus similibus evadat palpabilis. Sint e. gr. 2. Quadrata parva: Sit latus rmi 158<sup>li</sup> & secundum 159<sup>li</sup> erunt areæ 25281<sup>li</sup>, & 24964<sup>li</sup>; quarum differentia, nempe 317. digiti minores, non est tanta, ut se in oculos ingerat; sed 317. digiti majores quadrati, qui efficiunt plus quam 3. pedes quadratos mensuræ majoris, illico in conspectum prodeunt. Quapropter ex figuris majoribus debito modo delineatis inæqualitas minorum necessario cognosci debet.

*Corollarium 2<sup>um</sup>*. Si autem dici nequeat, quanam ex majoribus figuris similibus debito modo delineatis sit maior, & quanam minor; erunt tum illæ, tum minores, quas representant, revera inter se æquales: nam si minima inter has daretur inæqualitas; ea in figuris majoribus similibus debito modo delineatis præberet se illico, ut patet ex



Corollario præcedenti, notabiliter intimo maxime spectandam. Hæc illatio, ut fatentur ipsimet RR. PP. Professores Geometriæ, Viri encommis meis majores, quibuscum hac de re sermones hic contuli, est tam certa & infallibilis, ut, perpenſis attente perpendendis, nemo nisi affectu mentem habens præpeditam eam inficiari, aut in dubium vocare queat.

### *Problema de invenienda perfecta Circuli Quadratura.*

Resolutio & Præparatio fit sicut in § 2do.

**D***E*m<sup>o</sup>nstratio. Fig: 1. Perfecta Quadratura Circuli est inventio exactæ areæ ejus in mensura quadrata; sed hæc area exacte reperitur addendo Quadrato circumscripto  $ABCD$  inscriptum  $efgh$ , cujus latus est  $\frac{2}{3}$  Diam: & summam dividendo per 2. Ergo eo ipso habetur perfecta Circuli Quadratura.

Area Circuli est media Arithmetice proportionalis inter Quadratum circumscriptum & inscriptum. Ergo exacte reperitur addendo Quadrato circumscripto inscriptum, & summam dividendo per 2.

Excessus Quadrati circumscripti supra arcem Circuli est æqualis excessui areæ Circuli supra Quadratum inscriptum. Ergo area Circuli est media Arithmetice proportionalis inter Quadratum circumscriptum & inscriptum.

Excessus Quadrati circumscripti supra arcem Circuli nihil aliud est nisi 4. Triangula mixtilinea, ut  $bAnrb$ , & excessus areæ Circuli supra Quadratum inscriptum idem est ac 4. segmenta mutila  $derlad$  (\*) sed hæc segmenta mutila sunt æqualia Triangulis mixtilineis. Ergo excessus

---

[\*] Area Circuli constat ex Octogono irregulari intra eam incluso  $=x$ , & segmentis perfectis  $=y$ . Quadratum inscriptum  $efgh$  componitur ex eodem Octogono  $x$ , & Triangulis parvis extra arcem Circuli sitis  $=b$ . Quare subtracto Quadrato inscripto  $x+b$  ab Area Circuli  $x+y$ , necessario remanere debet  $y-b$ , id est segmenta mutila, ut  $derlad$ , quæ ideo nihil aliud sunt, nisi differentia seu excessus areæ Circuli supra Quadratum inscriptum. Sunt itaque Triangula parva à segmentis resecta ut  $ila$  censenda æqualia illis extra arcem Circuli sitis, ut  $ein$ : licet enim arcus æquales  $in$ ,  $li$  &c. non habeant eundem sinum, eorum convexitas & concavitas est tamen tam parvi momenti, ut Triangula ipsa non differant inter se, nisi quantitate inassignabili; id est reverà nulla.



cessus Quadrati circumscripti supra aream Circuli est æqualis excessui areæ Circuli supra Quadratum inscriptum.

Figure minores sunt per Corollarium præcedens inter se æquales, si inter majores similes debito modo delineatas nulla inæqualitas distingvi potest; sed in Circulo radio 200<sup>11</sup> mensuræ majoris in pavimento descripto inter segmenta mutila, & Triangula mixtilinea, ut patet ex n. 3. observationis, nulla inæqualitas distingvi potest. Ergo & hæc sunt inter se æqualia, & segmenta mutila cujusvis Circuli sunt æqualia Triangulis mixtilineis.

Postremo, quoniam ex observatione 1<sup>ma</sup> & Corollariis inde deductis liquet, segmenta mutila non posse fieri æqualia Triangulis mixtilineis, nisi inscripto Quadrato, cujus latus est  $\frac{1}{2}$  Diam. evidens est, aream Circuli seu perfectam Circuli Quadraturam haberi addendo Quadrato Diametri aliud, cujus latus est ad Diametrum ut 3. ad 4. & summam dividendo per 2.

Hac ratione reperitur area Circuli exactè, non autem per approximationem, quæ solum in iis quantitativibus locum habet, de quibus demonstrari nequit, differentiam seu excessum utrobique esse æqualem.

*Corollarium 1<sup>um</sup>.* Si ex Diametro & area cognita inveniendum sit latus Quadrati inscribendi, vocetur hoc X, Quadratum Diametri  $a^2$ , & Area Circuli b. Erit per Corollarium 2<sup>um</sup>  $a^2b = b - x^2$ , &  $a^2 + x^2 = 2b$ ; consequenter  $x^2 = 2b - a^2$ , ac tandem  $x = \sqrt{2b - a^2}$ . Hac ratione reperitur latus Quadrati inscribendi verum, data Area Circuli vera, falsum autem, si hæc est falsa, ut contingit in Proportionem Culenii & aliorum, de qua exemplum suppeditat § 9<sup>us</sup>.

*Corollarium 2<sup>um</sup>.* Quoniam latus juxta n. 1. Observationis Quadranti applicatum reddit segmentum perfectum majus Triangulo mixtilineo; sequitur inde Quadratum hujus lateris Circulo inscriptum esse nimis parvum, & ideo non posse assumi pro tertio proportionali, quia tam Area Circuli, quàm Peripheria per hanc falsam Proportionem inventa peccaret in defectu.

*Corollarium 3<sup>ium</sup>.* Cum latus juxta n. 2. Observationis Quadranti aptatum reddat segmentum mutilum minus Triangulo mixtilineo; evidens est Quadratum hujus lateris Circulo inscriptum esse nimis magnum: ideoque assumpto eo pro 3<sup>io</sup> proportionali, tam aream Circuli quàm Peripheriam per hanc falsam Proportionem inventam peccare in excessu, quemadmodum id accidit in Proportionem Culenii, & aliorum.

*Corollarium 4<sup>um</sup>.* Dividendo Aream Circuli per 4<sup>tam</sup> partem Diametri prædit Peripheria, quæ divisa per Diametrum manifestat  
ratio-



rationem ad hanc, ut demonstratum fuit in § 4to, nempe ut  $3\frac{1}{2}$  ad 1.

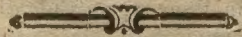
*Observatio 2da.* Si radio  $3\frac{1}{2}$ . Ulnarum describatur Circulus, deprehendetur, Peripheriam non continere præcise 22. ulnas; sed deficere adhuc præterpropter 3. digitos; descripto autem Circulo, cujus radius est  $4\frac{1}{2}$ . ulnarum, reperietur, Peripheriam continere 28. ulnas, & insuper fere 3. digitos.

*Corollarium.* Est itaque Peripheria cujusvis Circuli tripla Diametri cum minori quam  $\frac{1}{7}$ , & majori quam  $\frac{1}{8}$  parte ejusdem Diametri.

### *Theorema, Peripheria est Diametri tripla cum $\frac{1}{7}$ .*

*Demonstratio.* Diameter, quæ hic ponitur esse 6. Punctorum, concipiatur divisa per 7, 8, & 9. ; erit  $\frac{1}{7}$  pars ejusdem  $\frac{1}{7}$  Diametri  $\frac{1}{7}$  Diametri  $\frac{1}{7}$  Diametri, &  $\frac{1}{8}$  ejusdem  $\frac{1}{8}$  Puncti. Cum Peripheria vi Corollarii præcedentis excedat triplum Diametri quantitate minori, quàm  $\frac{1}{8}$  puncti, seu  $\frac{1}{8}$  Diametri, & majori, quàm  $\frac{1}{7}$  seu  $\frac{1}{7}$  ejusdem; nequit quantitas excedens triplum Diametri esse alia quàm  $\frac{1}{7}$  ejusdem seu  $\frac{1}{7}$  Puncti: nam quoniam Puncto diviso in 7. partes æquales, 6. earum Constituunt hanc excedentem quantitatem justo majorem; diviso autem eo in 9, 6. earum reddunt eandem justo minorem; nequit Punctum concipi aliter divisum quàm in 8. partes, quarum 6. constituunt necessariò quantitatem justam: sunt enim  $\frac{1}{8}$  perpaululum minores, quàm  $\frac{1}{8}$ , & perpaululum majores, quàm  $\frac{1}{8}$  Puncti. Hinc posita Diametro 6. Punctorum, Peripheria debet esse 18. cum  $\frac{1}{7}$  Puncti, quæ divisa per eandem Diametrum prodit quotus 3. cum  $\frac{1}{7}$ , seu  $\frac{1}{7}$  Puncti, consequenter ob similitudinem Circulorum est quælibet Peripheria Diametri tripla cum  $\frac{1}{7}$  parte.

Nulla autem adest ratio demonstrandi, quod, sumendo pro peripheria triplum Diametri cum  $\frac{1}{7}$  tantundem peccetur per excessum, quantum sumendo triplum cum  $\frac{1}{8}$ , peccatur per defectum, quia  $\frac{1}{7}$  Diametri, quæ nihil aliud est nisi Diameter divisa per 7. non est media Arithmetice proportionalis inter  $\frac{1}{7}$  &  $\frac{1}{8}$ : nam reducendo 2. postremas fractiones ad eandem denominationem, prodeunt  $\frac{2}{56}$ , &  $\frac{1}{56}$ , quarum semisumma  $\frac{3}{56}$  est media proportionalis; sed  $\frac{1}{7}$  Diametri, quæ est  $\frac{8}{56}$ , est paululum minus quàm  $\frac{3}{56}$ . Ergo &c.



*Methodus*



*Methodus inveniendi practicè aream segmenti mutili ad  
confirmandam veritatem observationis 1ma & Corol-  
lariorum inde deductorum.*

1. **C**horda segmenti mutili Quadrantis majoris radio 200<sup>ll</sup> in pavimento Conclavis descripti, quæ hic designatur per chordam d a Fig. 1. dividatur bifariam in x.

2. Ex punctis d & x erigantur perpendiculares usque ad arcum e r

3. Intervallum 8. digitorum transferatur quaterdecies ex d in dimidiam chordam, & ex punctis divisionum erigantur perpendiculares ad arcum pertingentes.

4. Ad singulas perpendiculares consequentes ex punctis concursus præcedentium cum arcu e r, demittantur aliæ, quæ erunt partibus dimidiæ chordæ æquales & parallele.

5. Mensuretur qualibet perpendicularis, subtrahaturque 1ma à 2da, 2da à 3ta, hæc à quarta, & ita porro, sic prodibunt differentiæ indicantes altitudines Triangulorum 15. quorum bases sunt æquales basibus totidem Rectangulorum.

6. Quoniam qualibet basis harum figurarum per constructionem est 3. digitorum, præter ultimam, quæ est seorsim mensuranda; facile reperientur earum area, quæ cum Triangulo 1mo, orto ex linea d e, & 1ma perpendiculari dabunt dimidium segmentum mutilum, quod duplicatum prodet totum.

Queratur eadem Area segmenti Geometricè, quod fit ita: à Quadrato Diametri 160000. subtrahatur Quadratum inscriptum 90000. residuum 70000. manifestat segmenta mutila cum Triangulis mixtilineis junctim sumptis, quibus divisus per 2. prodeunt segmenta mutila sola = 35000. quorum 4ta pars 8750.<sup>ll</sup> dat unum segmentum, quod cum quàm proximè conveniat, cum prædicto practicè invento, & evidens est segmenta mutila per inscriptionem Quadrati, cujus latus est  $\frac{1}{2}$  Diametri, manere semper æqualia Triangulis mixtilineis quomodocunque Circulus crescat. Aliter res se habet in proportionem Culeniana, ubi latus Quadrati inscripti est 302.<sup>ll</sup> consequenter Quadratum ipsum 91204. ; quo subducto à Quadrato Diametri 160000. remanent pro Triangulis mixtilineis, & segmentis mutilis junctim summis 68796. quæ divisa per 2. indicant segmenta sola = 34398. quorum 4ta pars 8599.<sup>ll</sup> dat segmentum unum, quod tamen practicè inventum facit solum 8299<sup>ll</sup> præterpropter. Ex quo manifestum



nifestum est, segmenta per inscriptionem falsi Quadrati in proportionem Culenii, aliorumque eò minora fieri Triangulis mixtilineis, quo major in Circulo describendo adhibetur radius.

*Monitum* in § 8vo. radix extrahenda est. solum vicies quinquies, quia sinus 36. graduum jam inventus non est querendus 2do. Deinde § 3tio utpote nihil concludenti substitui potest experimentum sequens:

1. Curetur tornari globus sphaericitatis quantum potest fieri perfectæ, cujus Diameter sit ad minimum 18. digitorum.

2. Investigetur ejus soliditas in digitis cum per proportionem veram tum per Culenianam.

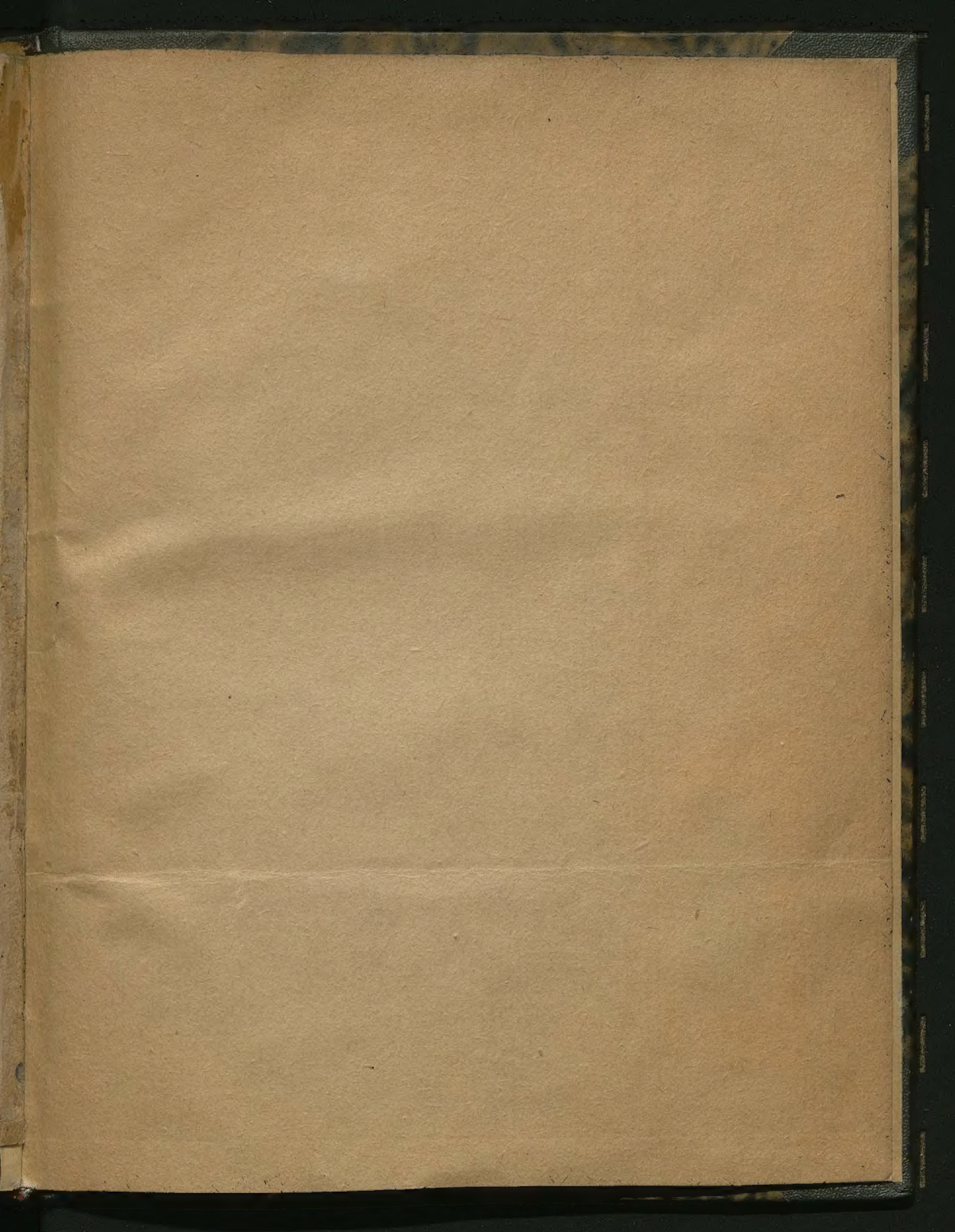
3. Ex eadem specie ligni, ex qua factus est globus, curetur etiam confici pollex cubicus perfectus, & quantum ponderet, ad justam bilancem examinetur exacte.

4. Per pondus hujus digiti cubici inventum multiplicetur globi soliditas utraque.

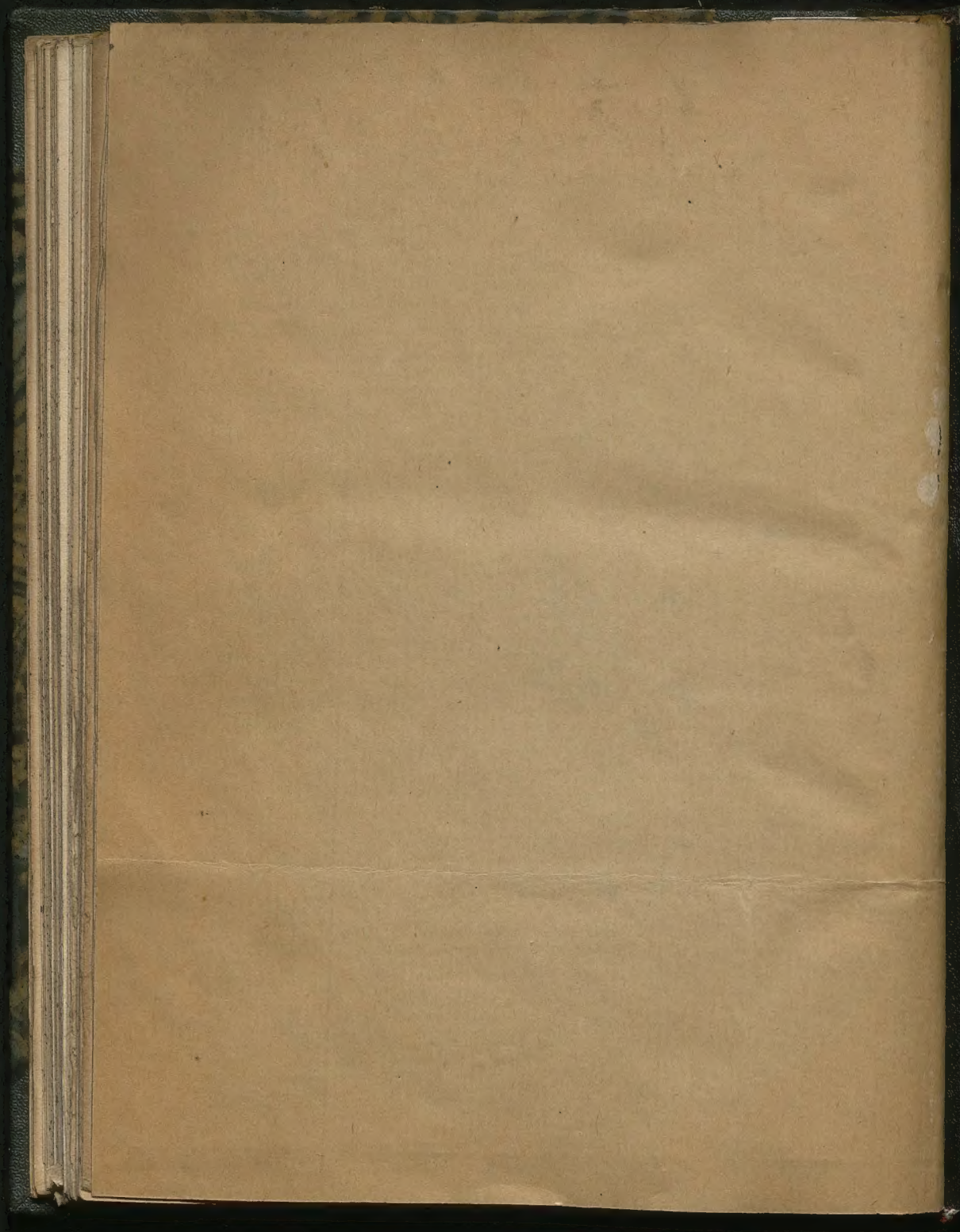
5. Ope ejusdem bilancis exploretur quoque accuratè pondus globi lignei: ita rite factis faciendis observabitur pondus hoc respondere facto ex pondere pollicis cubici in soliditatem globi inventam per proportionem veram; non autem Culenianam, consequenter hanc esse falsam, illam verò perfectam e. gr. Sit Diameter 18<sup>li</sup> reperietur soliditas globi per proportionem veram 3037 $\frac{1}{2}$ ; per Culenianam 3052.  $\frac{2}{3}$ , digitorum. Pondus pollicis cubici ex ligno tiliacco est  $\frac{7}{18}$  Semunciar, quæ multiplicatæ per soliditatem priorem producant 1708.  $\frac{17}{32}$  Semuncias; ductæ autem in soliditatem posteriorem dant 1716.  $\frac{11}{32}$  Semuncias. Examinando deinde pondus globi deprehendetur illud convenire cum producto 1mo; nequaquam autem cum 2do. Ponderato globo simul cum pollice cubico, atque hoc à bilance remoto, innotescet pondus globi solius, quod ablatum à pondere utriusque indicabit accuratè gravitatem pollicis cubici.













Biblioteka Jagiellońska



stdr0026012

Introlig: K. Wójcika  
Zwierzyniecka 10



